

10.

Funciones*

1. Halla el dominio de existencia de

$$\begin{array}{ll} \text{a) } a(x) = \frac{x+2}{x-1} & \text{b) } b(x) = x^2 - 3x + 2. \\ \text{c) } c(x) = \frac{x}{x^2 - 9} & \text{d) } d(x) = e^{1/x}. \end{array}$$

2. Halla el dominio de existencia de $f(x) = \sqrt{2x-3}$.

3. Expresa el producto de dos números en función de uno de ellos, sabiendo que ambos suman 36. Representa la función obtenida. A partir de la gráfica, ¿puedes deducir los dos números cuya suma es 36, que hacen al producto máximo?

4. Con 50 m de alambre queremos acotar un jardín con forma de sector circular. Expresa el área del sector en función del radio.

5. Una cuerda de 15 dm de largo se corta en dos trozos, midiendo uno de ellos x dm, y formando dos triángulos equiláteros. Expresa la suma de las áreas encerradas por ambos triángulos, en función de x .

6. Con triángulos rectángulos de hipotenusa 5 cm se engendran conos al girar el triángulo sobre uno de sus catetos. Expresa el volumen de estos conos en función del otro cateto.

7. Halla el volumen de una piscina de base cuadrada en función de su altura, sabiendo que la superficie total es de 120 m², considerando las paredes y el suelo.

8. El precio de una vivienda crece anualmente un 12%. Si la vivienda cuesta en la actualidad 13.000.000 ptas. ¿cuál será su precio transcurrido n años?

9. Con ayuda de tu calculadora, construye una tabla de valores para las funciones $\log_2 x$ y 2^x y representa ambas en unos mismos ejes.

10. A partir de la gráfica de

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 9, & -4 \leq x < 0 \\ x + 1, & 0 \leq x \leq 4 \\ -x + 7, & 4 < x \leq 6 \end{cases}$$

halla su dominio, recorrido, intervalos de crecimiento y estudia la acotación.

11. Estudia si las siguientes funciones son pares o impares

*Estos ejercicios han sido extraídos del libro de bachillerato MATEMÁTICAS I de la EDITORIAL LA Ñ, cuyos autores son Francisco Benítez, Juan Luis Romero, Eloy Fernández, José Manuel Díaz, Alfredo Domínguez y Octavio Ariza. Se recomienda su lectura para la realización de estos ejercicios.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} -x^4 - 5. & \text{b)} -x^3 - 2x + 3. \\ \text{c)} -\frac{x}{x^2 - 16}. & \text{d)} \sqrt[3]{x^3 - 3x}. \end{array}$$

12. Halla las funciones inversas, si existen, en sus dominios de existencia y comprueba que $f \circ f^{-1}(x) = x$ para

$$\begin{array}{ll} \text{a)} f(x) = 3x - 5. & \text{b)} f(x) = \sqrt{x}. \\ \text{c)} f(x) = \frac{1}{x - 3}. & \text{d)} f(x) = \frac{2x}{3x + 1}. \end{array}$$

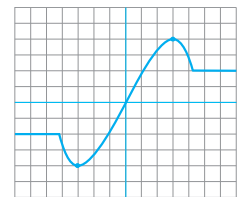
13. Para las funciones $f(x) = 3x - 1$ y $g(x) = x + 2$, halla $(fg)(x)$ y $(f/g)(x)$ y estudia sus dominios.

14. Dadas las funciones

$$f(x) = x^2 - 1, \quad g(x) = 2^x \quad \text{y} \quad h(x) = \sqrt{x},$$

halla $(g \circ f \circ h)(x)$ y $(f \circ h \circ g)(x)$.

15. Encuentra dos cotas superiores y dos inferiores de la función representada. ¿Cuál es la menor de las cotas superiores? ¿Cuál es la mayor de las cotas inferiores? ¿Existen puntos donde se alcancen esos valores?

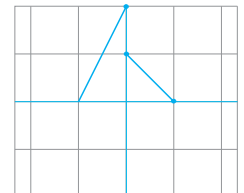


16. Usa la calculadora para estudiar si la sucesión

$$a_n = \frac{2n - 1}{n + 2}$$

es creciente o decreciente.

17. Se sabe que la función cuya gráfica está representada en la figura es periódica de periodo $T = 2$. Representala en $[-5, 5]$.



18. Sabiendo que la función $f(x) = \text{dec}(x)$ es periódica de periodo $T = 1$, estudia el periodo de $g(x) = \text{dec}(\frac{2x}{3})$ y de $h(x) = 3 + \text{dec}(x)$. Representa ambas funciones y estudia si poseen supremo o ínfimo.

19. Clasifica las siguientes funciones elementales:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \log(x^3 - 2x + 5). & \text{b)} \frac{2x}{x^2 - 3x + 7}. \\ \text{c)} 3^{x^2 + 7}. & \text{d)} 1/x + \sin x. \\ \text{e)} 5 + \text{tg}(x^2 + 1). & \text{f)} \frac{(x}{1) \sqrt[3]{x^3 + 2x + 1}}. \end{array}$$

20. Dibuja la gráfica de $f(x) = x^2 + 2$. A partir de ella, expresa analíticamente y dibuja las gráficas de

$$2 \cdot f(x), \quad f(x) + 2, \quad f(x + 2) \quad \text{y} \quad f(2x).$$

21. Halla el dominio de

$$\text{a)} f(x) = \log(x^2 - x - 2). \quad \text{b)} g(x) = \sqrt{\frac{x - 3}{x^2 - 4}}.$$

22. Dada la gráfica de $y = \log x$ ¿cómo obtendrías a partir de ella la gráfica de $g(x) = 2 + \log(x - 3)$?

23. Calcula el periodo de las siguientes funciones:

a) $\sin \frac{3x}{2}$.

b) $\cos(x + \pi)$.

c) $2 - \operatorname{tg} x$.

d) $\sec x$.

24. Estudia si la suma y el producto de funciones crecientes es igualmente creciente.

25. Encuentra intervalos en los que la función $f(x) = x^2 - 6x + 5$ posea inversa.

26. Al caer una piedra en una piscina forma ondas circulares concéntricas. El radio de la onda en función del tiempo viene dado por $r(t) = 50t$ (t en segundos y el radio en centímetros) y, como sabemos, el área del círculo en función del radio viene dada por $a(r) = \pi r^2$. Halla $(a \circ r)(t)$ e interprétalo.

27. ¿Posee solución la ecuación $\log x + x = 0$? ¿Y la ecuación $\log x - x = 0$?

28. Si $f(2x + 1) = x^2$, ¿cuál es el valor de $f(x)$?

29. A partir de la gráfica de $y = \cos x$, dibuja la gráfica de la función $y = x \cos x$ (Indicación: estudia sólo la simetría, los cortes con el eje OX , los máximos y los mínimos)

30. Demuestra que para las funciones pares o impares se cumplen las siguientes reglas:

a) $(\text{Par}) \cdot (\text{Par}) = \text{Par}$

b) $(\text{Impar}) \cdot (\text{Par}) = \text{Impar}$

c) $(\text{Impar}) \cdot (\text{Impar}) = \text{Par}$